

nombre _____

curso _____

fecha _____

PAUTA ACTIVIDADES: PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS DE BASE ENTERA Y EXPONENTE NATURAL

I. Antes de partir, resuelve los siguientes ejercicios utilizando propiedades de las potencias de base y exponente natural:

1. $4^2 \cdot 4^4 = 4^6$

2. $3^4 \cdot 5^4 = 15^4$

3. $9^{10} \div 9^7 = 9^3$

4. $80^5 \div 40^5 = 2^5$

5. $(4^2)^5 = 4^{10}$

II. Ahora veamos si estas propiedades se cumplen cuando la base de una potencia es un número entero.

1. Multiplicación de potencias.

Utilice la calculadora para encontrar los resultados de los siguientes ejercicios y luego conteste las preguntas.

Multiplicación	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$(-2)^3 \cdot (-2)^2$	$(-2 \cdot -2 \cdot -2) \cdot (-2 \cdot -2) =$ $-8 \cdot 4 = -32$	$(-2)^5 = -32$
$(-4)^4 \cdot (-4)^3$	$(-4 \cdot -4 \cdot -4 \cdot -4) \cdot (-4 \cdot -4 \cdot -4) =$ $256 \cdot -64 = -16.384$	$(-4)^7 = -16.384$
$(5)^2 \cdot (5)^6$	$(5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) =$ $25 \cdot 15.625 = 390.625$	$(5)^8 = 390.625$
$(-6)^5 \cdot (-6)^3$	$(-6 \cdot -6 \cdot -6 \cdot -6 \cdot -6) \cdot (-6 \cdot -6 \cdot -6) =$ $-7776 \cdot -216 = 1679616$	$(-6)^8 = 1679616$

- a) ¿Cuál es la relación entre los resultados de la segunda y la tercera columna de la tabla?
¿Por qué?

Los resultados son los mismos, porque en la segunda columna se han desarrollado las potencias, mientras que en la tercera columna el exponente corresponde a la cantidad de veces que aparece la base en la segunda columna; por ello, el resultado final es el mismo.

- b) ¿Cuál es la relación que existe entre el exponente final y los exponentes que tenían la multiplicación de las potencias?

El exponente final corresponde a la suma de los exponentes iniciales.

- c) De acuerdo a lo anterior, podemos decir que cada vez que tengamos una multiplicación de potencias de igual base debemos:

Mantener la base y sumar los exponentes.

- d) ¿Puede aplicar la regla anterior en un caso como este: $(2)^3 \bullet (-2)^6$? ¿Por qué?

No, porque las bases son distintas.

2. Veamos otro caso; recuerde utilizar la calculadora para encontrar el resultado de los ejercicios de la tabla y luego conteste las preguntas.

Multiplicación	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$(-4)^3 \bullet (-6)^3$	$(-4 \bullet -4 \bullet -4) \bullet (-6 \bullet -6 \bullet -6) = (-4 \bullet -6) \bullet (-4 \bullet -6) \bullet (-4 \bullet -6) = 24 \bullet 24 \bullet 24 = 13.824$	$(24)^3 = 13.824$
$(5)^2 \bullet (-3)^2$	$(5 \bullet 5) \bullet (-3 \bullet -3) = (5 \bullet -3) \bullet (5 \bullet -3) = -15 \bullet -15 = 225$	$(-15)^2 = 225$
$(-7)^4 \bullet (2)^4$	$(-7 \bullet -7 \bullet -7 \bullet -7) \bullet (2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2) = (-7 \bullet 2) \bullet (-7 \bullet 2) \bullet (-7 \bullet 2) \bullet (-7 \bullet 2) = -14 \bullet -14 \bullet -14 \bullet -14 = 38.416$	$(-14)^4 = 38.416$
$(-6)^6 \bullet (-4)^6$	$(-6 \bullet -6 \bullet -6 \bullet -6 \bullet -6 \bullet -6) \bullet (-4 \bullet -4 \bullet -4 \bullet -4 \bullet -4 \bullet -4) = (-6 \bullet -4) \bullet (-6 \bullet -4) = 24 \bullet 24 \bullet 24 \bullet 24 \bullet 24 \bullet 24 = 191102976$	$(24)^6 = 191102976$

- a) ¿Por qué al escribir la multiplicación como una sola potencia cambia la base, pero no el exponente?

Porque al desarrollar las potencias es posible ver que ambas bases aparecen tantas veces como indica el exponente; por ello, podemos representarla por medio de una multiplicación, cuyo exponente corresponde al que ambas tenía originalmente (que además es el mismo).

- b) ¿Cuál es la relación que existe entre la base final y las bases que tenían la multiplicación de las potencias?

La base final corresponde a la multiplicación de las bases originales.

- c) De acuerdo a lo anterior, podemos decir que cada vez que tengamos una multiplicación de potencias de igual exponente, debemos:

Multiplicar las bases y mantener el exponente.

3. División de potencias

Utilice la calculadora para encontrar el resultado de los siguientes ejercicios y responda las preguntas.

División	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$(-9)^6 \div (-9)^2$	$\frac{-9 \bullet -9 \bullet -9 \bullet -9 \bullet -9 \bullet -9}{-9 \bullet -9} = \frac{531441}{81} = 6.561$	$(-9)^4 = 6.561$
$(-7)^8 \div (-7)^3$	$\frac{-7 \bullet -7 \bullet -7 \bullet -7 \bullet -7 \bullet -7 \bullet -7 \bullet -7}{-7 \bullet -7 \bullet -7} = \frac{5764801}{-343} = 16.807$	$(-7)^5 = 16.807$
$(4)^5 \div (4)^3$	$\frac{4 \bullet 4 \bullet 4 \bullet 4 \bullet 4}{4 \bullet 4 \bullet 4} = \frac{1024}{64} = 16$	$(4)^2 = 16$
$(-3)^9 \div (-3)^7$	$\frac{-3 \bullet -3 \bullet -3}{-3 \bullet -3 \bullet -3 \bullet -3 \bullet -3 \bullet -3 \bullet -3} = \frac{-19683}{-2187} = 9$	$(-3)^2 = 9$

- a) ¿Cuál es la relación entre los resultados de la segunda y la tercera columnas de la tabla? ¿Por qué?

Los resultados son los mismos, porque en la segunda columna se han desarrollado las potencias, mientras que en la tercera columna el exponente corresponde a la cantidad de veces que aparece la base al desarrollar la división.

- b) ¿Cuál es la relación que existe entre el exponente final y los exponentes que tenían la división de las potencias?

El exponente final corresponde a la resta de los exponentes iniciales.

- c) De acuerdo a lo anterior, podemos decir que cada vez que tengamos una división de potencias de igual base debemos:

Mantener las bases y restar los exponentes.

- d) ¿Puede aplicar la regla anterior en un caso como este: $(2)^7 \div (-2)^7$? ¿Por qué?

No, porque las bases no son iguales.

4. Veamos otro caso; utilice la calculadora para encontrar el resultado de los siguientes ejercicios y responda las preguntas que se presentan más abajo.

División	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$(-21)^3 \div (7)^3$	$\frac{-21 \cdot -21 \cdot -21}{-7 \cdot -7 \cdot -7} = \left(\frac{-21}{-7}\right) \cdot \left(\frac{-21}{-7}\right) \cdot \left(\frac{-21}{-7}\right) = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$(3)^3 = 27$
$(8)^2 \div (-4)^2$	$\frac{8 \cdot 8}{-4 \cdot -4} = \left(\frac{8}{-4}\right) \cdot \left(\frac{8}{-4}\right) = -2 \cdot -2 = 4$	$(-2)^2 = 4$
$(-16)^3 \div (-8)^3$	$\frac{-16 \cdot -16 \cdot -16}{-8 \cdot -8 \cdot -8} = \left(\frac{-16}{-8}\right) \cdot \left(\frac{-16}{-8}\right) \cdot \left(\frac{-16}{-8}\right) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$(2)^3 = 8$
$(-54)^2 \div (9)^2$	$\frac{-54 \cdot -54}{9 \cdot 9} = \left(\frac{-54}{9}\right) \cdot \left(\frac{-54}{9}\right) = -6 \cdot -6 = 36$	$(-6)^2 = 36$

- a) ¿Por qué al escribir la división como una sola potencia cambia la base, pero no el exponente?

Porque, al desarrollar las potencias, es posible ver que ambas bases aparecen tantas veces como indica el exponente; por ello, podemos representarla por medio de una división, cuyo exponente corresponde al que ambas tenían originalmente (que, además, es el mismo).

- b) ¿Cuál es la relación que existe entre la base final y las bases que tenían la división de las potencias?

La base final corresponde a la división de las bases iniciales.

- c) De acuerdo a lo anterior, podemos decir que cada vez que tengamos una división de potencias de igual exponente debemos:

Dividir las bases y mantener el exponente.

5. Potencia de una potencia

Utilice calculadora para encontrar el resultado de los ejercicios de la tabla y luego responda las preguntas que se presentan más abajo.

Potencia de una potencia	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$[(-2)^3]^2$	$[(-2 \cdot -2 \cdot -2)]^2 = (-2 \cdot -2 \cdot -2) \cdot (-2 \cdot -2 \cdot -2) = -8 \cdot -8 = 64$	$(-2)^6 = 64$
$[(-3)^4]^3$	$[(-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3)]^3 = (-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3) \cdot (-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3) \cdot (-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3) = 81 \cdot 81 \cdot 81 = 531441$	$(-3)^{12} = 531441$
$[(4)^5]^3$	$[(4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4)]^3 = (4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4) = 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 = 1073741824$	$(4)^{15} = 1073741824$
$[(-6)^3]^3$	$[(-6 \cdot -6 \cdot -6)]^3 = (-6 \cdot -6 \cdot -6) \cdot (-6 \cdot -6 \cdot -6) \cdot (-6 \cdot -6 \cdot -6) = -216 \cdot -216 \cdot -216 = -10077696$	$(-6)^9 = -10077696$

- a) ¿Cómo son los resultados de la segunda columna y la tercera columna? ¿Por qué?

Los resultados de la segunda y tercera columnas son iguales, porque en la segunda columna se desarrollan las potencias y en la tercera el desarrollo se sintetiza en función de la cantidad de veces que se repite la base.

- b) ¿Qué relación existe entre el exponente final y los exponentes iniciales del ejercicio?

El exponente final corresponde a la multiplicación de los exponentes iniciales.

- c) Por lo tanto, cada vez que tengamos que desarrollar la potencia de una potencia, debemos:

Mantener la base y multiplicar los exponentes.