

Actividad 4: Modelar situaciones utilizando la composición de funciones

PROPÓSITO

Los estudiantes modelan situaciones, utilizando la compuesta de funciones. También responden problemas y crean una situación a partir de funciones y su compuesta. Para esto, piensan con flexibilidad a fin de reelaborar sus ideas y representaciones sobre la función compuesta y su conexión con situaciones o fenómenos científicos, cotidianos o económicos.

Objetivos de Aprendizaje

OA 1: Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

Actitudes

- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

COMPRENDIENDO EL RECORRIDO DE FRENADO

1. En la escuela de conducir, a los alumnos se les enseña una fórmula con la cual se puede calcular el recorrido s de frenado de un auto, en términos de la velocidad v que tiene el automóvil.

$$s = 0,01 \cdot v^2$$



La velocidad v está en $\left[\frac{km}{h}\right]$ y el recorrido s se debe presentar en metros $[m]$.

El siguiente gráfico muestra los metros que se debe recorrer para frenar según la velocidad que tiene el vehículo.

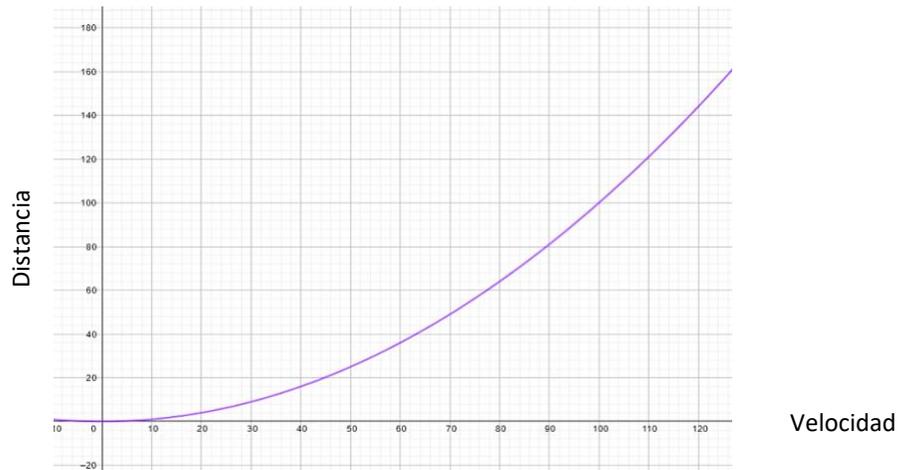


Figura 1: Distancia de frenado según velocidad del automóvil.

- Elabora una tabla con datos extraídos del gráfico.
 - ¿Qué velocidad crees que sería la prudente para andar en la ciudad?
 - ¿Qué relaciones puedes sacar entre posiciones de letreros, semáforos y pasos peatonales? Prepara una lista de condiciones sobre letreros, semáforos y pasos peatonales, que estén apoyadas por los datos de la tabla o del gráfico.
2. Ahora debes considerar la siguiente situación real: Un auto tiene un desperfecto en su tacómetro; por lo tanto, en vez de la verdadera velocidad v , indica una velocidad falsa v_f que considera un 10% menos que la verdadera.

Conexión interdisciplinaria:
Ciencias para la ciudadanía.
OA c, 3° y 4° medio

- Completa la siguiente tabla de valores

v	$10 \frac{km}{h}$	$25 \frac{km}{h}$	$40 \frac{km}{h}$	$60 \frac{km}{h}$	$90 \frac{km}{h}$
v_f	$9 \frac{km}{h}$				

- Elabora la ecuación de la función que relaciona la velocidad falsa v_f con la verdadera velocidad v .
- Evalúa la situación en relación con el peligro que presenta.
- Argumenta tu respuesta anterior con la ecuación de la función compuesta que modela el recorrido de frenado falso.
- Muestra con valores concretos lo que ocurriría en caso de tener que frenar y el tacómetro tiene un desperfecto. Elabora el gráfico para apoyar tus argumentos y generalizar todas las situaciones.

Conexión interdisciplinaria:
Ciencias para la ciudadanía.
OA c, d, 3° y 4° medio

- f. Contrasta el gráfico de la función compuesta con la función original, y deduce a partir de qué momento la situación presenta un peligro.

MODELANDO LA COMPRA Y VENTA CON LA COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

Un vendedor de una tienda de electrodomésticos anuncia un descuento de 10% en todas sus lavadoras. Además, por una promoción del fabricante, se ofrece una rebaja de \$20 000 por la compra de una lavadora de una marca particular.

- Encuentra una función f que modele el precio de una lavadora cualquiera de la tienda, considerando solo el descuento de la tienda con respecto al precio original.
- Encuentra una función g que modele el precio de una lavadora de la marca del fabricante que ofreció el descuento de \$20 000, sin considerar el descuento para toda la tienda.
- Encuentra $g \circ f$ y $f \circ g$. Señala qué representa cada función según el contexto.
- Si una familia desea comprar una lavadora de \$150 000, ¿cuál de los tratos le conviene más?
- ¿Qué recomendaciones se puede hacer sobre los descuentos de la tienda?
- Si fueras comerciante de la tienda y fabricante, ¿qué es lo que más te conviene? Argumenta tus respuestas basado en la composición de funciones.

CREACIÓN DE SITUACIONES PARA LA COMPUESTA

1. Consideren ahora dos funciones del mismo tipo que en el caso anterior y grafíquenlas.

$$f(x) = 2x \quad g(x) = x^2$$

- Hagan un listado de situaciones que se puedan asociar a $f(x)$.
 - Hagan un listado de situaciones que se puedan asociar a $g(x)$.
2. ¿Cómo se visualiza gráficamente la composición de ambas funciones en un plano cartesiano?
- Determinen algebraicamente $g \circ f$ y $f \circ g$.
 - Completen las dos tablas de valores y luego grafiquen ambas compuestas en el plano cartesiano.

Tabla 1: Tabla de valores para x , $f(x)$ y $g(f(x))$

x	$f(x)$	$g \circ f$
0		
0,2		
0,4		
0,6		
0,8		
1		

Tabla 2: Tabla de valores para x y $f \circ g$

x	$f \circ g$
0	
0,2	
0,4	
0,6	
0,8	
1	

- c. Grafiquen las funciones y las compuestas en dos planos cartesianos.
- d. Describan cómo varía el rol de x (valores en el eje X) en las tres gráficas.
- e. ¿Cuál es la forma gráfica para componer dos funciones en un plano cartesiano?
- f. Apoyándose en el listado de situaciones elaborado anteriormente, crea una situación que pueda interpretarse por medio de la compuesta $g \circ f(x)$. (Nota: Puedes imaginar situaciones ficticias, lo importante es que la compuesta tenga sentido en el contexto que ideaste).

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere que los estudiantes identifiquen la función $h(v) = 0,9v$ como la que indica la velocidad falsa, y la función $c(v) = 0,01 \cdot (0,9v)^2$ como la función compuesta; para esto, primero tienen que encontrar la función h y después, la compuesta. Se debe precisar que el proceso de “evaluar” una variable en otra función corresponde a la composición de dos funciones.
2. Conviene comparar los dos gráficos para resaltar el tema de la velocidad y los cuidados que se debe tener para andar en zonas peatonales, de escuelas y donde hay niños jugando. Se podría complementar esta actividad con señalizaciones y su ubicación en las calles.
3. Se recomienda introducir la notación de composición de funciones, $g \circ f$ como una expresión equivalente a $g(f(x))$. Pueden deducir esta última perfectamente durante la actividad, pues en ella se enfatiza que $g(f(x))$ significa que g ha sido evaluada en $f(x)$. El docente debe verificar que los jóvenes comprenden la notación, que no la confunden con un producto de funciones y, además, que respetan el orden en que se aplica.
4. Según el contexto del curso, se puede profundizar en términos de los conjuntos de llegada y de partida para la composición de funciones. Lo mismo se puede hacer respecto de la notación simbólica y en el trabajo con la compuesta de funciones conocidas. Cabe considerar la modelación para trabajar con otras funciones.
5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Representan la inversa o la composición de funciones con gráficos y lenguaje algebraico.
 - Comunican descripciones, operaciones y la composición de funciones, verbal, pictórica o simbólicamente.
 - Resuelven problemas, utilizando la inversa o la composición de funciones.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Material para practicar, con soluciones
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.mat.uson.mx/~jldiaz/WFunciones/Composicion_de_funciones.htm
- GeoGebra
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.GeoGebra.org/m/KGWhcAqc>
- Wiki GeoGebra, cómo agregar restricciones al dominio y recorrido de una función
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://wiki.GeoGebra.org/es/Comando_Funci%C3%B3n